Testaufgabe zum Bereich

Gegenseitige Lage von Geraden

Selbsteinschätzung <u>vor</u> der Bearbeitung der Testaufgabe:

Bitte kreuzen Sie an:

Ich kann	**sicher**	**ziemlich sicher**	**unsicher**	**sehr unsicher**	**Ich habe für diesen Bereich gearbeitet**			
					gar nicht, weil ich das schon konnte	ein wenig	recht viel	ausge-sprochen intensiv
die gegenseitige Lage zweier Geraden beurteilen.								

Aufgabenstellung: Untersuche die gegenseitige Lage der Geraden g und h.

Aufgabe1:

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}2\\1\\4\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix};\ r\in\mathbb{R}\ \text{und}\ h:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}0\\4\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix};\ s\in\mathbb{R}.$$

Aufgabe 2:

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}3\\3\\-1\end{pmatrix};\ r\in\mathbb{R}\ \text{und}\ h:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix};\ s\in\mathbb{R}.$$

Aufgabe 3:

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}3\\3\\-1\end{pmatrix};\ r\in\mathbb{R}\ \text{und}\ h:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-3\\-3\\1\end{pmatrix};\ s\in\mathbb{R}.$$

Aufgabe 4:

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}3\\3\\-1\end{pmatrix};\ r\in\mathbb{R}\ \text{und}\ h:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-3\\-3\\1\end{pmatrix};\ s\in\mathbb{R}.$$

Selbsteinschätzung **<u>nach</u>** der Bearbeitung und dem Vergleich der Lösungen.

Bitte kreuzen Sie an:

Ich kann	**sicher**	**ziemlich sicher**	**unsicher**	**sehr unsicher**	**Meine Selbsteinschätzung war richtig**			
					stimmt	stimmt teilweise	stimmt eher nicht	stimmt gar nicht
die gegenseitige Lage zweier Geraden beurteilen.								

Mein Fazit zur Aufgabe und zu meiner Selbsteinschätzung:

Lösungen:

Geradengleichung in Parameterform

Aufgabe 1:

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}2\\1\\4\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix};\ r\in\mathbb{R} \text{ und } h:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}0\\4\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix};\ s\in\mathbb{R}.$$

Lösung:

*Untersuchen Sie zunächst, ob die **Richtungsvektoren linear abhängig oder unabhängig** sind.*

*Dann überprüfen Sie, ob die **Geraden gemeinsame Punkte** haben.*

Die Gleichung $\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}=k\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}$ hat keine Lösung. Die Vektoren sind linear unabhänngig.

Die Geraden können sich schneiden oder windschief sein.

Gleichsetzen der rechten Seiten der Geradengleichungen führt auf:

$$\begin{pmatrix}2\\1\\4\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\4\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix} \quad\text{oder}\quad \begin{array}{rrcr} -r & -s & = & -2\\ 2r & +s & = & 3\\ r & -3s & = & -2 \end{array}$$

Das LGS hat die Lösung $r=s=1$. Die Geraden schneiden sich.

Durch Einsetzen des Parameterwertes in die Gleichung von g oder h
ergibt sich der Schnittpunkt $S(1|3|5)$.

Aufgabe 2:

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}3\\3\\-1\end{pmatrix};\ r\in\mathbb{R} \text{ und } h:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix};\ s\in\mathbb{R}.$$

Lösung:

*Untersuchen Sie zunächst, ob die **Richtungsvektoren linear abhängig oder unabhängig** sind.*

*Dann überprüfen Sie, ob die **Geraden gemeinsame Punkte** haben.*

Die Gleichung $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ hat keine Lösung. Die Vektoren sind linear unabhänngig.
Die Geraden können sich schneiden oder windschief sein.

Gleichsetzen der rechten Seiten der Geradengleichungen führt auf:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{rrcr} 3r & -\ s & = & -1 \\ 3r & +\ 2s & = & 2 \\ -r & -\ s & = & -3 \end{array}$$

Das LGS hat keine Lösung. Die Geraden sind windschief.

Aufgabe 3:

$$g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix};\ r \in \mathbb{R} \text{ und } h:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix};\ s \in \mathbb{R}.$$

Lösung:

*Untersuchen Sie zunächst, ob die **Richtungsvektoren linear abhängig oder unabhängig** sind.*

*Dann überprüfen Sie, ob die **Geraden gemeinsame Punkte** haben.*

Die Gleichung $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ hat die Lösung $k = -1$. Die Vektoren sind linear abhänngig.
Die Geraden können parallel sein oder identisch.

Es muss lediglich überprüft werden, ob ein beliebiger Punkt von h auf g liegt.
Das führt auf

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{rcr} 3r & = & -1 \\ 3r & = & 2 \\ -r & = & -3 \end{array}$$

Das LGS hat keine Lösung. Die Geraden sind parallel.

Aufgabe 4:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix};\ r \in \mathbb{R} \text{ und } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix};\ s \in \mathbb{R}.$$

Lösung:

Untersuchen Sie zunächst, ob die ***Richtungsvektoren linear abhängig oder unabhängig*** *sind.*

Dann überprüfen Sie, ob die ***Geraden gemeinsame Punkte*** *haben.*

Die Gleichung $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ hat die Lösung $k = -1$. Die Vektoren sind linear abhänngig.
Die Geraden können parallel sein oder identisch.

Es muss lediglich überprüft werden, ob ein beliebiger Punkt von h auf g liegt.
Das führt auf

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{rcr} 3r & = & 3 \\ 3r & = & 3 \\ -r & = & -1 \end{array}$$

Das LGS hat die Lösung $r = 1$. Die Geraden sind identisch.