

Übungen: Lineare Gleichungssysteme

Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme über der Grundmenge $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

1.

a) I: $x = y - 7$

II: $x = 5y - 23$

b) I: $x = -3y - 17$

II: $x = 5y + 39$

c) I: $y = 17 + 2x$

II: $y = 3x + 24$

d) I: $y = 29 - 3x$

II: $y = 7x - 61$

e) I: $12x + y = 25$

II: $y = 3x - 5$

f) I: $y = 5x + 28$

II: $19x + 3y = -120$

g) I: $2x + 3y = 86$

II: $x = y + 13$

h) I: $x = 3y - 2$

II: $3x - 10y = -10$

2.

a) I: $4x + 3y = 14$

II: $2x - y = 12$

b) I: $-4x - y = 40$

II: $x + 5y = 9$

c) I: $2x - 6y = 6$

II: $5x + 3y = 42$

d) I: $4x + 2y = 5$

II: $-6x + 5y = 4,5$

e) I: $12x + 11y = 18$

II: $16x - 7y = -2$

f) I: $12x + 9y = 15$

II: $4x + 3y = 5$

g) I: $14x - 8y = 10$

II: $-21x + 15y = 60$

h) I: $4x - 6y = 7$

II: $6x - 9y = 10$

3.

a) I: $2x + 3y + 5 = 5x + 6y - 1$

II: $x - 4y - 2 = 2x - 2y$

b) I: $3(x + 5) = 2(2y - 1)$

II: $4(3x - 6) = 3(y + 4)$

c) I: $5(2x + y) = 4(3y - 5x) + 13$

II: $6(8x - 2y + 6) = 4(2y - 3x) - 4$

d) I: $2(2x + 3y) = 3(3x - y) + 5$

II: $4(3x - 4y) = 2(x + y) - 10$

e) I: $(x + 5)(y + 1) = (x + 8)(y - 3)$

II: $(x - 3)(y - 1) = (x - 1)(y + 3)$

f) I: $(x + 2)(y - 3) = (x - 3)(y + 4)$

II: $(x - 6)(y + 9) = (x + 4)(y - 5)$

g) I: $\frac{x+3}{4} = \frac{y-1}{5}$

II: $\frac{3x-7}{5} = \frac{2y-4}{7}$

h) I: $\frac{2x+5y-1}{2} = \frac{10x+20y+1}{3}$

II: $\frac{4x+3y}{6} = \frac{2x-6y+9}{3}$

4. Ergänzen Sie die angegebenen Gleichungssysteme so, dass sie (i) unendlich viele Lösungen, (ii) keine Lösung haben:

a) I: $3x + 5y = 8$

II: $6x + __ y = __$

b) I: $9x - 3y = __$

II: $__ x - y = 7$

c) I: $x - 2y = 5$

II: $__ x - __ y = 15$

d) I: $4x + __ y = 10$

II: $__ x - 6y = -20$

5. Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme über der Grundmenge $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

a) I: $4x - 2y + z = 15$

II: $-x + 3y + 4z = 15$

III: $5x - y + 3z = 26$

b) I: $2x - 3y + z = 10$

II: $x + y - 2z = -6$

III: $3x - y - 4z = -5$

c) I: $x + y + z = 1$

II: $17x + y - 7z = 9$

III: $4x + 2y + z = 3$

d) I: $x + 3y + 2z = 7$

II: $2x - y - 4z = -1$

III: $3x + 4y = 9$

e) I: $8x - 5y + 4z = 2$

II: $7x + 13z = 25$

III: $2x - 5z = 42$

f) I: $3y - z = 7$

II: $2x - 3y + 2z = -21$

III: $3x + y = -21$

g) I: $2x + 7y - z = 13$

II: $17x - 3y + 4z = -9$

III: $3x - 2y + z = -5$

h) I: $3x - 4y - 6z = 42$

II: $-x - 2y + 3z = -6$

III: $7x + 10y + 6z = 0$

6. Vergleichen Sie die Lösungen der beiden Gleichungssysteme.

(Dieses Beispiel zeigt, wie stark sich kleine Rundungsfehler auswirken können!)

a) I: $1,000 x + 1,000 y = 1,000$

II: $1,013 x + 1,016 y = 1,028$

b) I: $1,00 x + 1,00 y = 1,00$

II: $1,01 x + 1,02 y = 1,03$

Ergebnisse:

1.

- a) $(-3 / 4)$
- b) $(4 / -7)$
- c) $(-7 / 3)$
- d) $(9 / 2)$
- e) $(2 / 1)$
- f) $(-6 / -2)$
- g) $(25 / 12)$
- h) $(10 / 4)$

2.

- a) $(5 / -2)$
- b) $(-11 / 4)$
- c) $(7,5 / 1,5)$
- d) $(0,5 / 1,5)$

4.

- a) (i) $3x + 5y = 8, 6x - 10y = 16$ (ii) z.B.: $3x + 5y = 8, 6x - 10y = 17$
- b) (i) $9x - 3y = 21, 3x - y = 7$ (ii) z.B.: $9x - 3y = 20, 3x - y = 7$
- c) (i) $x - 2y = 5, 3x - 6y = 15$ (ii) z.B.: $x - 2y = 5, 2x - 4y = 15$
- d) (i) $4x + 3y = 10, -8x - 6y = -20$ (ii) z.B.: $4x + 2y = 10, -12x - 6y = -20$

5.

- a) $(2 / -1 / 5)$
- b) $(0,7 / -2,1 / 2,3)$
- c) unendlich viele Lösungen
- d) $(7 / -3 / 4,5)$
- e) $(11 / 14 / -4)$
- f) $(-8 / 3 / 2)$
- g) $L = \{ \}$
- h) $(6 / -3 / -2)$

6.

- a) $(-4 / 5)$
- b) $(-1 / 2)$

e) $(0,4 / 1,2)$

f) unendlich viele Lösungen

g) $(15 / 25)$

h) $L = \{ \}$

3.

a) $(6 / -4)$

b) $(5 / 8)$

c) $(3 / 11)$

d) unendlich viele Lösungen

e) $(-2 / 7)$

f) $L = \{ \}$

g) $(9 / 16)$

h) $(-2,5 / 1,2)$